

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO
PEDAGÓGICO**

**CONSTRUÇÃO DE JOGOS E ESCRITA DE TEXTOS MATEMÁTICOS: UMA
POSSIBILIDADE DE TRABALHO COM PROBLEMAS EM SALA DE AULA**

**Curitiba
2002**

ANDRÉA MAIA DE SANTANA

CONSTRUÇÃO DE JOGOS E ESCRITA DE TEXTOS MATEMÁTICOS: UMA
POSSIBILIDADE DE TRABALHO COM PROBLEMAS EM SALA DE AULA

Monografia apresentada para obtenção de grau
final de Especialista, no Curso de Organização
do Trabalho Pedagógico, Setor de Educação,
Universidade Federal do Paraná.

Orientação: Prof^a. Dr^a M^a Tereza C. Soares

Curitiba
2002

...

“Se na escola nós assumirmos, tanto ao ensinar como ao avaliar, que fazer matemática é muito mais do que fazer contas, não só poderíamos conseguir que as crianças adquirissem conhecimentos mais sólidos como também ofereceríamos a oportunidade de que elas se apaixonassem por essa invenção humana que é a matemática.”

(ZUNINO, 1995. p.27)

SUMÁRIO

RESUMO v

1 INTRODUÇÃO 01

2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: DIFERENTES DEFINIÇÕES 05

**3 SITUAÇÕES-PROBLEMA COMO MOTE PARA O TRABALHO COM A
MATEMÁTICA**..... 09

**4 CONSTRUÇÃO DE JOGOS E ESCRITA DE TEXTOS MATEMÁTICOS COMO
MEIO PARA ELABORAR E RESOLVER PROBLEMAS: REFLEXÕES
SOBRE UMA PRÁTICA PEDAGÓGICA**..... 15

4.1. Os desafios envolvidos na tarefa de criar jogos 16

4.2. Criando jogos inspirados nos problemas de lógica..... 19

4.3. A incrível possibilidade de inventar um jogo novo 23

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 30

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 31

RESUMO

Este trabalho é uma tentativa de reflexão e de busca de fundamentação teórica para uma prática pedagógica desenvolvida em anos anteriores. Situa algumas pesquisas que vêm sendo realizadas no campo da Psicologia da Educação Matemática e que têm tido implicações no contexto escolar. Descreve uma possibilidade de trabalho com a resolução de problemas de Matemática nas séries iniciais por meio da construção de jogos e produção de textos matemáticos.

1 - INTRODUÇÃO

Buscar novas estratégias para realizar o trabalho com a Matemática em sala de aula é um objetivo comum aos professores. As pesquisas realizadas no campo da Psicologia da Educação Matemática têm contribuído com essa tarefa, na medida em que nos esclarecem sobre como a criança constrói conceitos matemáticos e aponta características do processo de ensino-aprendizagem.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, BRASIL (1997) para a área de matemática das séries iniciais apresentam-se “pautados por princípios decorrentes de estudos, pesquisas, práticas e debates desenvolvidos nos últimos anos”. Esse documento aponta para a importância de a escola potencializar a capacidade dos alunos de lidar espontaneamente com a atividade matemática e destaca a resolução de problemas como um dos caminhos para “fazer matemática” em sala de aula.

Os problemas sempre estiveram presentes nos currículos de Matemática e não há questionamento da sua importância para o ensino dessa disciplina. Pensar em Matemática combina com pensar em problemas. Segundo ONUCHIC (1999), registros de problemas são encontrados na história antiga egípcia, chinesa e grega e são ainda encontrados problemas em livros-textos de Matemática dos séculos XIX e XX. O que mudou, desde então, foi a concepção do que são problemas e de como deve ser a sua utilização pedagógica. Atualmente, podemos encontrar diferentes conceitos de problemas, dependendo da corrente pedagógica adotada pelos educadores.

Freqüentemente encontramos pessoas que já vivenciaram em sua trajetória escolar, situações nas quais todo novo conteúdo de matemática era seguido de uma lista de problemas que deveria ser resolvida segundo o que havia sido ensinado pelo professor. A estrutura desses problemas pouco variava. Eles descreviam uma situação e traziam uma ou mais perguntas que, para serem respondidas, exigiam que nós, alunos, efetuássemos cálculos com os dados numéricos apresentados. Os livros didáticos traziam uma sequência deles e não

raras vezes os professores apresentavam outros para que exercitássemos ainda mais o que havíamos memorizado em classe.

A matemática era vista, portanto, como uma disciplina que demandava muito exercício e os problemas eram propostos como oportunidades para se treinar e aplicar muitas e muitas vezes os conteúdos apresentados em classe.

Os resultados desse tipo de abordagem são conhecidos. A matemática se tornou uma disciplina temida não só por alunos, mas também por alguns professores que, sem conseguir ver alternativas para um ensino com outras características, se limitavam a reproduzir modelos apreendidos. O fracasso dos estudantes nessa disciplina preocupou, e continua preocupando, professores e pesquisadores no Brasil e no mundo e vem motivando investigações e elaborações de trabalhos que possam contribuir para o ensino da matemática.

Nossa experiência, como professora e coordenadora nas séries iniciais do Ensino Fundamental, mostrou que o ensino da matemática poderia e deveria ser diferente daquele conhecido em tempos de estudante. Alguns acontecimentos e experiências marcaram nossa relação com a matemática determinando uma forma de entender e ensinar os conceitos envolvidos nessa área do conhecimento.

A primeira e decisiva experiência foi a participação no Grupo de Multiplicadores de Matemática do Projeto Fundação da Universidade Federal do Rio de Janeiro realizado no período de 1989 a 1990. A proposta desse trabalho era levar os conhecimentos acadêmicos produzidos na universidade para os educadores das escolas públicas e aproximar a universidade da realidade escolar vivida por professores e alunos em sala de aula. Esse intercâmbio ilustrava a atenção por parte dos pesquisadores à matemática escolar e a preocupação de se levar as investigações acadêmicas para além dos muros da universidade.

Nessa época, fizemos uma descoberta que marcaria a forma como concebíamos o trabalho com a disciplina: a de que os erros cometidos pelos alunos na resolução de seus problemas não eram indesejáveis, mas materiais preciosos para o processo de ensino-aprendizagem. Concebendo o erro como parte do processo de ensino e aprendizagem, o professor poderia compreender o raciocínio do aluno e obter elementos para intervir e contribuir para a construção

do conhecimento, e mais, o educador teria prazer em discuti-los. Segundo PIAGET (1982) , é preciso que se estude os erros dos alunos e que se veja neles um meio para conhecer o pensamento matemático.

Portanto, o trabalho do professor não deveria se resumir em verificar se as respostas dos problemas estavam corretas ou não. O que parece muito óbvio à luz de uma perspectiva de construção do conhecimento era uma grande descoberta para o nosso grupo de professores e também um desafio. Afinal, esse modelo sugere que o professor repense seu papel como educador, que deixa de ser um transmissor de idéias e informações para se tornar agente do desenvolvimento dos alunos, e essa é uma tarefa complexa.

Alguns anos mais tarde, atuando também na coordenação da área de matemática, tivemos a oportunidade de conhecer as pesquisas realizadas por KAMII (1995) e ZUNINO (1996) e de participar de congressos e encontros com essas pesquisadoras. Na mesma perspectiva de resolução de problema como um modo de aprender, Zunino afirma que um problema merece esse nome quando possibilita a construção do conhecimento matemático, ou seja, quando leva a criança a construir uma nova estratégia de resolução, a descobrir a equivalência de estratégias diferentes, a estabelecer relações que ainda não haviam sido estabelecidas.

Os estudos que realizamos na escola, nessa ocasião, oportunizaram um repensar sobre nossos currículos escolares e sobre a forma como conduzíamos o trabalho com a Matemática.

ONUCHIC (1999) lembra que o ensino de Resolução de Problemas, enquanto campo de pesquisa em Educação Matemática não é recente. Segundo a autora ele começou a ser investigado de forma sistemática sob a influência de Polya, nos Estados Unidos, nos anos 60. Mas para nosso grupo de professores tudo isso era muito novo. Mais do que respostas, trazíamos muitas dúvidas e inquietações dos congressos e encontros que participávamos: como elaborar bons problemas que colaborassem para a construção do conhecimento matemático dos nossos alunos? Como mediar o trabalho com base na resolução de problemas em sala de aula? Sempre atentos aos resultados das pesquisas acadêmicas que

chegavam até a escola, que eram submetidas a muitas discussões pelo nosso grupo de professores, partíamos para tentar adequar aqueles resultados à nossa realidade.

Nosso caminho de fazer, ensinar e aprender matemática foi e continua sendo assim: cheio de questionamentos, de desafios, de problemas a serem resolvidos. Nosso interesse em realizar uma monografia na área de Educação Matemática tem uma relação direta com as situações de ensino e aprendizagem que vivenciamos.

Nesse sentido, o objetivo desse estudo é tentar demonstrar uma possível articulação entre a resolução de problemas e a produção de textos matemáticos com base em um trabalho de construção de jogos. Pretendemos refletir sobre algumas de nossas experiências realizadas em sala de aula e, com isso, contribuir com o trabalho de outros professores, dispostos a encontrar novos caminhos que possibilitem aos nossos alunos um novo olhar sobre a Matemática. Tal pretensão nos remete, portanto, a uma breve incursão sobre o desenvolvimento do movimento que se intitula Educação Matemática e sua afirmação enquanto campo de pesquisa.

2- EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: DIFERENTES DEFINIÇÕES

D'AMBRÓSIO (1999a) afirma que a Educação Matemática, como disciplina autônoma, é relativamente nova. No entanto, sua origem, como preocupação e campo de atividade, vem desde a Antigüidade, já que a matemática vem sendo ensinada desde sua existência.

KILPATRICK (1996) destaca que, em se tratando de pesquisas, a Educação Matemática tem uma curta história: suas raízes têm menos de um século. A trajetória da pesquisa difere de um país para outro e também são distintas as denominações que o campo de estudos recebe. Na França, o termo adotado traduz-se como Didática da Matemática, que expressa a preocupação por uma abordagem científica particular para o campo de estudos, assim como na Alemanha, onde o termo "Mathematikdidaktik" também se refere à Educação Matemática como campo acadêmico.

O desenvolvimento do campo acadêmico da Educação Matemática depende, de certa forma, de sua aplicação profissional. Em contrapartida, a atuação profissional necessita do conhecimento especializado, que somente a investigação científica pode oferecer. Em função dessa necessária interconexão, Kilpatrick acredita na importância das perspectivas múltiplas que diferentes abordagens trazem para o estudo do processo de ensino e de aprendizagem e defende que a Educação Matemática deve se preocupar com a aplicação do conhecimento especializado para auxiliar os seus clientes, que são os estudantes e os professores. Esse processo demandaria um trabalho coletivo entre educadores matemáticos, matemáticos e professores de sala com propósito de desenvolvimento da teoria e da prática.

Kilpatrick aponta caminhos para o fortalecimento do campo da Educação Matemática. Defende que os educadores matemáticos, em todo lugar, precisam formar e manter laços fortes com matemáticos para que não haja uma preocupação estéril do método acima do conteúdo. Alerta, contudo, para o desafio que isso representa, já que construir um clima de confiança e respeito mútuos

entre matemáticos, educadores matemáticos universitários e professores de Matemática demanda muito esforço e não se consegue da noite para o dia.

Segue apontando a necessidade de os pesquisadores em Educação Matemática precisarem formar e manter laços mais fortes com professores de Matemática que estão atuando. Isso asseguraria que seus trabalhos de pesquisas fossem relacionados à prática e informados por ela. Segundo o autor, felizmente em muitos países o conceito de professor como pesquisador está sendo explorado, e os professores cada vez em maior número são membros de equipes de pesquisas mais do que simplesmente sujeitos da pesquisa.

D'AMBRÓSIO (1999a) remonta a história da Educação Matemática em diferentes épocas e lugares numa perspectiva marcadamente política. Segundo ele, a Educação Matemática, enquanto movimento preocupado com a prática escolar, teve grande impulso no início do século XX, mas no Brasil e no resto do mundo foi reduzida a como ensinar bem a Matemática que constava dos programas e a verificar se o aluno aprendeu bem esse conteúdo pela aplicação de exames rigorosos.

Para o autor, essa percepção, que ainda encontra adeptos no Brasil e no resto do mundo, mascarava interesses políticos cujo propósito era a manutenção do *status quo*. Portanto, a matemática não era acessível a toda a população. A matemática era reservada à elite e tinha como objetivo o ingresso no sistema de produção, e as oportunidades educacionais eram restritas às classes sociais mais abastadas. Nesse contexto, o nível de ensino no Brasil era muito elevado: as escolas eram extremamente seletivas e o rigor matemático, bem alto.

Até a Segunda Guerra Mundial a Educação Matemática consistia em ensinar bem um conteúdo tradicional. Os eficientes métodos de treinamento utilizados na Guerra e inspirados no behaviorismo começaram a ser transportados para as pesquisas em aprendizagem e a impressionar os educadores, inclusive os educadores matemáticos. Essa influência não durou muito, pois no pós-guerra o behaviorismo já iniciava seu declínio. Logo, percebeu-se que treinamento e educação são processos distintos com objetivos distintos, e as teorias de aprendizagem de Jean Piaget e Lev Vygotsky contribuíram para que essa

distinção fosse feita. Já no pós-guerra havia a necessidade de tornar a matemática mais acessível para atender ao mercado consumidor que se instalava. Muitos educadores acreditam que se iniciou assim uma deterioração no ensino da Matemática. Os currículos tornaram-se, na opinião deles, obsoletos, desinteressantes e inúteis. Algumas dessas características ainda se fazem notar nos currículos atuais por força de mitos em relação a essa disciplina.

Mais tarde, a modernização da Matemática nas escolas tornou-se uma preocupação em todos os países, sobretudo em vista da entrada na era da tecnologia. Os trabalhadores e a população em geral, e sem dúvida técnicos e cientistas, necessitavam de uma matemática mais moderna. Por isso, novos métodos de ensino e novos conteúdos se faziam necessários. Das inquietações com a expansão do ensino da matemática e com a qualidade adicionada a esse esforço é que surge a moderna Educação Matemática, logo transformada em um grande movimento internacional.

Assim como D'Ambrósio, PITOMBEIRA (1991) evidencia as relações políticas que condicionam a forma como a matemática é vista historicamente na escola e na universidade. Segundo ele, a Matemática é uma construção social sujeita à concepção que cada sociedade tem do saber e da ciência e é influenciada pelas estruturas econômicas vigentes. O autor define a Educação Matemática como um campo de estudos essencialmente interdisciplinar que deve poder contar com as contribuições de outras áreas do conhecimento com longa tradição de pesquisa como a antropologia, a psicologia, a sociologia, a história, entre outras. Para ele, o reconhecimento desse caráter interdisciplinar da Educação Matemática acarreta algumas conseqüências, entre elas a dificuldade, ou mesmo impossibilidade de se afirmar se um trabalho é ou não de Educação Matemática. Isso acontece em todas as áreas interdisciplinares em que fica extremamente difícil de traçar as fronteiras entre os diversos campos de estudos que para ela contribuem.

É possível constatar que diferentes autores têm distintas definições do que vem a ser a Educação Matemática. Tanto no campo acadêmico quanto no profissional, ainda não existe um consenso sobre o seu conceito, o que nos indica

que há muito que se discutir e delinear. O que parece ser unânime nessa discussão é a necessidade de que os profissionais que atuam nas mais diversas áreas troquem experiências e conhecimentos que venham a contribuir para o enriquecimento do campo de estudos da Educação Matemática e, principalmente, para o aumento da qualidade do processo de ensino-aprendizagem.

3- SITUAÇÕES-PROBLEMA COMO MOTE PARA O TRABALHO COM A MATEMÁTICA

As pesquisas em torno da Educação Matemática, dentro e fora das universidades, revelam a crescente importância atribuída à matemática nos sistemas de ensino do mundo inteiro. Currículos de vários países foram e vêm sendo reestruturados com a intenção de tornar o processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina mais significativo, eficaz e motivador. Pesquisadores e educadores vêm apostando na possibilidade de que os alunos são capazes de reinventar parcialmente a matemática ou, em outras palavras, produzir conhecimento matemático.

No Brasil, aconteceram recentemente reformulações curriculares que contaram com a assessoria de César Coll e Délia Lerner de Zunino. Os Parâmetros Curriculares Nacionais, documentos organizados com base numa concepção construtivista do conhecimento, traduziram essas reformulações e foram introduzidos no contexto escolar com intenção de dar diretrizes para o trabalho do professor em sala de aula. Esses referenciais, que se apresentam *“pautados por princípios decorrentes de estudos, pesquisas, práticas e debates desenvolvidos nos últimos anos”* (BRASIL, 1997, p17) apontam a resolução de problemas como um dos caminhos para se fazer matemática na sala de aula e criticam a incorporação dessa estratégia de trabalho como item isolado, utilizado apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos:

A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.
(BRASIL, 1997, p. 44)

ONUCHIC (1999) explica que a caracterização da Educação Matemática, em termos de resolução de problemas, reflete uma tendência de reação a caracterizações passadas como um conjunto de fatos, domínio de procedimentos algorítmicos ou um conhecimento a ser obtido por rotina ou exercício mental. Esclarece que o movimento não é novo; ele teve início nos fins dos anos 70 e teve reforço a partir de uma publicação do *NCTM – National Council of Teachers of Mathematics*, editada em 1980 nos Estados Unidos. Essa publicação trazia algumas recomendações com intenção de buscar uma melhor educação matemática para todos. A primeira delas dizia que “*resolver matemática deve ser o foco da matemática escolar para os anos 80*” e destacava que “*o desenvolvimento da habilidade em resolução de problemas deveria dirigir os esforços dos educadores matemáticos por toda essa década e que o desempenho em resolver problemas mediria a eficiência de um domínio, pessoal e nacional, da competência matemática*”. (ONUCHIC, 1999, p.204)

A autora observa que a tendência atual é caracterizar o trabalho com a matemática, considerando os estudantes como participantes ativos, os problemas como instrumentos preciosos e bem definidos e a atividade na resolução de problemas como uma coordenação complexa simultânea de vários níveis de atividade.

Em nossa experiência profissional, pudemos acompanhar de perto as dificuldades dos professores em compreender esse novo enfoque do trabalho com base nas situações-problema, apresentados com destaque, também, nos Parâmetros Curriculares Nacionais. A forma como os PCN apresentaram os objetivos a serem atingidos nas séries iniciais do Ensino Fundamental não contribuiu para que os professores tivessem clareza do que o documento propunha. Para entender os objetivos era necessário que se compreendesse o significado de algumas terminologias que o documento não se preocupou em explicitar para os leitores. Para ilustrar:

“Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e

procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis.” (BRASIL, 1997, p. 51)

Para uma grande maioria dos nossos professores, os problemas eram atividades utilizadas para avaliar a capacidade de o aluno empregar o que lhes foi ensinado nas aulas; e para uma grande parcela dos alunos, problemas eram enunciados que sugeriam o treinamento de inúmeros cálculos recém-ensinados pelos professores.

Como os problemas sempre foram utilizados para que os alunos exercitassem o conteúdo curricular ensinado nas aulas, era difícil para o professor entender e aceitar, por exemplo, que não é a quantidade de problemas a ser resolvido pelos alunos que determina a aprendizagem de conceitos, que era importante incentivá-los a resolver os problemas com estratégias pessoais que lhes fossem mais significativas, que era preciso dedicar mais tempo de aula para discutir com eles os vários caminhos utilizados pelo grupo para encontrar os resultados dos problemas propostos. Não percebíamos que nossos professores estavam resistentes à mudança, mas, sim, com dificuldades para compreender e incorporar essa nova perspectiva de trabalho em sala de aula.

Algumas questões eram recorrentes em nossas discussões: como elaborar bons problemas que contribuíssem para que o aluno refletisse sobre a matemática e não servissem somente para que treinassem os conteúdos ensinados? Como dosar os desafios na hora de elaborar os problemas? Como estimular os alunos a resolverem os problemas com estratégias pessoais e não mais se restringirem ao uso dos algoritmos ensinados? Como fazer a correção dos problemas se os alunos não os resolveram da mesma forma?

Leituras de autores como PIAGET (1982), ZUNINO (1996), KAMII (1989, 1991, 1995), NUNES (1997), MACHADO (1992) e D'AMBRÓSIO (1999b) nos auxiliaram a encontrar algumas respostas para esses questionamentos.

Segundo ZUNINO (1998), os problemas desempenham o papel de motor na história da evolução dos conceitos e conhecimentos matemáticos e, em um passeio pela história da humanidade, pode-se confirmar que muitas das descobertas humanas foram motivadas pela necessidade de resolver os diferentes

tipos de problema. CHARNAY (1996) compartilha dessa idéia: *“a atividade de resolução de problemas tem estado no próprio coração da elaboração da ciência matemática”*.

Ao colocar o foco do trabalho da matemática escolar na resolução de problemas, é necessário que se tenha clareza do que se pretende com essa abordagem. As atuais pesquisas na área da Educação Matemática nos apontam alguns critérios para que possamos definir o que são bons problemas e nos auxiliam no planejamento e na condução do trabalho em sala de aula.

Os problemas propostos pelo professor devem cumprir a condição essencial de representarem um desafio para as crianças. A perspectiva construtivista do conhecimento defende que o pensamento matemático estará em atividade quando o aluno se defrontar com um problema que desperte seu desejo de passar de uma situação a outra, e explica que é por meio desse movimento que acontece a elaboração do conceito.

As situações-problema devem permitir, portanto, que os alunos utilizem os instrumentos cognitivos que possuem e tenham oportunidade de enriquecer ou modificar esses instrumentos. Para que isso seja possível, os problemas devem apresentar desafios na medida exata e incentivar o aluno a encontrar semelhanças e diferenças entre as situações e identificar situações que podem ser resolvidas de um mesmo modo e as que exigem uma estratégia diferente. As situações a serem investigadas devem levar o aluno a se perguntar pelo caminho a seguir, a escolher um, levá-lo a cabo e comparar sua solução com outras possíveis.

Para que os conhecimentos ensinados tenham sentido para o aluno, ele deve resolver problemas em que esses conhecimentos sejam ferramentas adequadas. Deve, fundamentalmente, ser capaz de resolver situações novas, utilizando conhecimentos anteriores e não se sentir desarmado diante de um problema novo.

Um outro pressuposto importante para a realização do trabalho com a matemática é a compreensão de que a aprendizagem só é significativa quando os problemas propostos respondem ao interesse da criança e se relacionam

internamente com o já conhecido. A esse respeito, NUNES (1997) nos esclarece que:

“É a compreensão das situações que dá sentido a procedimentos matemáticos gerais, porque ela nos permite saber o que significa manter algo invariável. Podemos aprender procedimentos sem entendê-los, mas esta aprendizagem é bastante irrelevante para o nosso pensamento. Podemos apenas pensar matematicamente em conceitos que signifiquem algo para nós. Se os sistemas de representação e procedimentos para manipular estes símbolos irão influenciar o nosso pensamento, eles devem ter sentido, ou seja, eles devem estar conectados com algumas situações, nas quais eles podem ser usados.” (NUNES, 1997, p. 31)

Devemos atentar para o fato de que o trabalho com base nas situações-problema não se limita a um bom planejamento de atividades por parte dos professores, pois não se trata de repassar conhecimentos corretos e bem formulados para os alunos. É fundamental que as propostas tenham o estudante como protagonista, que inventa a solução de um problema, cria um código de representação, descobre se há erros no procedimento e propõe um plano de ação para provar a lógica de sua hipótese.

CHARNAY (1996) reforça essa concepção lembrando que Piaget destacou o papel da ação na construção de conceitos e afirmando que as produções dos alunos dão pistas ao professor sobre seu estágio de conhecimento. Para ele, determinadas produções errôneas não correspondem a uma ausência do saber, mas uma maneira de conhecer contra qual o aluno deverá construir novos conhecimentos. O professor deve valorizar e aproveitar essas produções para compreender como seus alunos estão pensando e para saber como melhor definir sua ação pedagógica.

Com base nessas concepções, podemos afirmar que as necessárias mudanças pedagógicas devem levar em conta a relação do aprendiz com a disciplina, a sua participação em sala de aula, considerando os aspectos cognitivos e afetivos, e o enfoque dado à matemática para que ela se torne objeto de conhecimento e saber pessoal e interpessoal dos alunos. Isso representa um

desafio para a escola, na medida em que requer uma reviravolta no ensino e a revisão de muitos mitos e preconceitos.

4- CONSTRUÇÃO DE JOGOS E ESCRITA DE TEXTOS MATEMÁTICOS COMO MEIO PARA ELABORAR E RESOLVER PROBLEMAS: REFLEXÕES SOBRE UMA PRÁTICA PEDAGÓGICA

Considerando a situação-problema como ponto de partida para o trabalho com a matemática em sala de aula, encontramos nos jogos recursos preciosos para o ensino e para o aprendizado dessa disciplina. Nossa experiência com professores e alunos mostra que os jogos representam uma rica estratégia de trabalho que pode colaborar para que adultos e estudantes estabeleçam uma nova e positiva relação com a matemática. Jogando, os alunos são convidados a pensar matematicamente e a resolver inúmeros e diferentes problemas, e o contexto lúdico torna a atividade não só produtiva como prazerosa.

Outro aspecto que pode justificar a inserção de jogos nos planejamentos dos professores é a interação que eles promovem. Em uma das obras de KAMII (1991) Piaget redigiu o prefácio comentando as críticas que recebeu de alguns educadores, que o acusavam de ter elaborado uma teoria somente cognitiva, negligenciando a importância dos aspectos sociais no desenvolvimento da criança. Nessa oportunidade o pesquisador afirma que está bem claro em todo seu trabalho que o confronto de pontos de vista é indispensável, desde a infância, para a elaboração do pensamento lógico. Na década de 30, Piaget já realizava estudos sobre o Jogo de Bola de Gude, e defendia que a lógica não poderia se desenvolver sem a interação social porque é nas situações interpessoais que a criança aprende a ser coerente.

Segundo PIAGET (1982) o jogo é um caso típico das condutas negligenciadas pela escola tradicional, dado o fato de parecerem destituídas de significado funcional.

Nos últimos anos, desenvolvemos inúmeros trabalhos nas nossas aulas de matemática com alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental, usando os jogos como recurso metodológico. Nossa preocupação inicial era oportunizar situações significativas para que os alunos pudessem pensar matematicamente, testar a lógica dos seus conhecimentos e desenvolver estratégias para conseguir

seus objetivos: ganhar o jogo, dificultar o desempenho dos seus “adversários”, conseguir descobrir o que seu colega está pensando, etc.

Em nossa atuação como professora de 1^a a 4^a série do Ensino Fundamental, inúmeros trabalhos de construção de jogos matemáticos foram realizados com os alunos com a intenção de oportunizar que eles tivessem experiências positivas com a matemática. Nessas atividades, os alunos eram convidados a planejar e a confeccionar jogos e, também, a produzir textos matemáticos dirigidos a outros colegas. Essa experiência foi extremamente rica para a nossa formação docente e pôde ser multiplicada em outros contextos, passando a ser tema de cursos e de seminários dirigidos a professores de matemática das séries iniciais.

4.1. Os desafios envolvidos na tarefa de criar jogos

Qual jogo iremos criar? Com essa pergunta iniciávamos nossas aulas e nossa tarefa de planejar a construção de um novo jogo. Nosso objetivo era produzir jogos inéditos, que pudessem ser jogados pelos alunos das outras turmas da escola. Portanto, nosso trabalho consistia em criar jogos que pudessem atrair o interesse dos outros alunos, ao mesmo tempo que fossem atividades desafiadoras.

KAMII (1991) baseia-se nas pesquisas de Piaget para definir alguns critérios para que possamos identificar um bom jogo: ele deve propor alguma coisa interessante e desafiadora para as crianças resolverem, deve permitir que as crianças possam se auto-avaliar quanto ao seu desempenho e, também, deve permitir que todos os jogadores possam participar ativamente, do começo ao fim do jogo.

No processo de elaboração dos jogos, tínhamos em mente algumas dessas preocupações que, traduzidas na linguagem dos nossos alunos, correspondiam ao seguinte: os jogos deveriam ser difíceis, mas possíveis de serem jogados, caso contrário os alunos iriam desanimar, e poderiam ser jogados várias vezes pelo

mesmo grupo, pois os desafios não seriam os mesmos e os jogadores não jogariam da mesma forma.

Nossas primeiras produções eram baseadas em jogos já conhecidos dos alunos. Nossos desafios eram: pensar em uma apresentação diferente, planejar e construir os materiais necessários (tabuleiros, peças, dados), apresentar as regras do jogo de modo claro para que fosse possível a qualquer jogador entender, por meio das instruções, como o jogo funcionava e batizar nosso novo jogo com um nome escolhido coletivamente.

A construção desses jogos era um grande desafio para nossos alunos. Em todo o processo de elaboração, havia muitos problemas a serem resolvidos, e suas soluções eram, com frequência, discutidas coletivamente. Muitos conceitos matemáticos estiveram presentes nesse processo e exigiram que, a cada aula, os alunos buscassem respostas para coisas que não sabiam.

Um dos jogos criados inicialmente por uma turma de 3ª série foi inspirado no tradicional jogo de batalha naval. Os alunos queriam construir outras “batalhas” que não fossem “navais”, mas que tivessem outros temas. Assim nasceram batalhas “espaciais”, “marinhas”, “zoológicas”, entre outras. As regras do jogo permaneceriam as mesmas: sobre um papel quadriculado seriam dispostas várias figuras cuja localização deveria ser descoberta pelos jogadores. Esse papel quadriculado deveria ter coordenadas (A1, A2, A3...) que indicassem a localização exata de cada uma das peças e ganharia o jogo quem primeiro descobrisse onde estavam as peças do seu adversário.

O processo de construção desses jogos (cada grupo criou um) foi muito interessante e rico do ponto de vista matemático. A princípio, o interesse dos alunos era definir e criar as peças dos jogos com base no tema escolhido. Foi decisão do grupo fazer os esboços do desenho em papel quadriculado, para facilitar o desenho das peças que depois deveriam ser encaixadas sobre um tabuleiro quadriculado. Empolgados com essa tarefa, fizeram as peças das “batalhas”. Um dos problemas que apareceram na hora de construir as peças que haviam desenhado era como conseguir “emendar” os quadradinhos de um desenho pela diagonal. Grudar as peças pelos lados do quadrado era fácil, mas

exigiam que os quadrados fossem unidos pelos vértices. Muitas discussões foram promovidas com base nessa situação, mas em momento algum os alunos pensaram em abrir mão das peças que eram ligadas pelos vértices para se livrar do problema. A solução encontrada foi usar uma base transparente para unir os quadrados, que permitia que os quadrados vizinhos, que não pertenciam ao desenho, ficassem à mostra.

Somente depois de construírem as peças – desenhando, recortando e colorindo – é que os alunos partiram para a elaboração do tabuleiro. Sabiam que deveriam criar um tabuleiro, quadriculá-lo e depois dispor as peças sobre ele deixando muitos dos quadrados vazios. No jogo tradicional, os espaços vazios representam a água e, nos jogos construídos pelos grupos, esses espaços ganharam outros nomes, como água na batalha marinha e universo na batalha espacial. Para fazer os tabuleiros, os grupos calcularam a área total das figuras e adicionaram a ela a área que deveria ficar vazia. Muitas foram as discussões para fazer essa construção, já que a maioria dos alunos queria usar todas as peças construídas (que ocupavam muita área) e ao mesmo tempo garantir que haveria no tabuleiro muito espaço vazio. Se construíssem um tabuleiro, por exemplo, de 15X10, teriam 150 quadradinhos para ocupar e se cobrissem a maioria dessa área com peças a serem encontradas, ficaria muito fácil para os jogadores descobrirem a posição dessas peças.

Essas preocupações exigiam que os alunos colocassem em prática alguns dos seus conhecimentos sobre conteúdos curriculares, como o cálculo de área e a localização espacial com base em coordenadas geográficas, que se assemelham às coordenadas cartesianas. E nesses momentos os alunos tinham várias preocupações, pois precisavam se colocar no lugar do “construtor” do jogo e também no lugar do jogador, ou seja, precisavam pensar sobre o ponto de vista do outro. Só assim conseguiriam dosar os desafios do jogo.

Acompanhamos com interesse a construção desses jogos pelos grupos e nos chamou a atenção o fato de os alunos demorarem a perceber o seguinte: para que o jogo pudesse ser realizado por uma dupla de alunos, era necessário que os materiais fossem feitos em dobro. Somente quando concluíram a construção de

todas as peças e do tabuleiro é que perceberam que haviam confeccionado materiais para um dos jogadores. Os grupos partiram, então, para a duplicação dos materiais, o que foi muito rápido, já que era só repetir o modelo feito.

Durante a elaboração dos jogos, observando o envolvimento dos alunos com a construção do jogo, uma questão nos inquietava: daria certo jogar uma batalha naval com peças móveis? Será que as crianças não moveriam as peças na hora em que uma coordenada fosse dita, com o intuito de impedir que os seus parceiros descobrissem o lugar onde tinham dispostos as peças?

Essa experiência nos mostrou que as crianças têm muito a nos ensinar. Acompanhamos muitas e muitas partidas com as “batalhas” criadas e em nenhum momento vimos as crianças modificarem as posições de suas peças após o início do jogo. Talvez o fato de as crianças estarem jogando os “seus” jogos tenha contribuído para isso.

4.2. Criando jogos inspirados nos problemas de lógica

Chamávamos de “desafios de lógica” os problemas que não envolviam cálculos diretos, mas que tinham um desafio a ser solucionado. Em geral, a solução era encontrada com base na organização das informações do próprio texto.

Esse tipo de desafio estava sempre presente em nossas aulas. Aos alunos eram apresentados diversos exemplos para que pudessem se familiarizar com a linguagem e características desse tipo de texto e elaborar estratégias para resolver os problemas apresentados nos desafios.

O trabalho que vínhamos desenvolvendo em sala de aula encontra respaldo teórico nas pesquisas realizadas por RABELO (1996). O autor defende que o ensino da Matemática deve buscar a formação de bons formuladores e resolvidores de problemas e se preocupar com a linguagem envolvida nos textos matemáticos para que o aluno possa se apropriar melhor desse tipo de texto, ou

seja, daquele contrato estabelecido entre escritor e leitor. E, para isso, o aluno precisa não só ler e interpretar, mas também produzir textos matemáticos:

“Para alguém se tornar um leitor e escritor, é indispensável inseri-lo num bom e variado referencial de textos, para que ele se torne um bom formulador e resolvidor de problemas, é preciso, igualmente, inseri-lo num bom e variado referencial de textos matemáticos, através dos quais ele poderá ler, interpretar, analisar e produzir textos que constituam desafios matemáticos.” (RABELO, 1996, p. 69)

Para ilustrar esse conceito do aluno formulador e resolvidor de problemas, apresentamos o desafio elaborado por um dos nossos alunos da Escola Palmares, da cidade de Curitiba – PR, quando cursava a 4ª série do Ensino Fundamental.

Nesse desafio estão as pessoas que trabalham, seus esportes preferidos, seus trabalhos, seus carros, as cores dos seus carros e suas idades. Para você descobrir isso, veja os tópicos abaixo e preencha a tabela:

- Carlos se diverte com o futebol e não é empresário.
- O Monza, que não é azul, tem como seu dono o diretor de TV.
- O professor, que não tem Fusca, tem 25 anos.
- João, que não joga futebol nem handebol, tem 36 anos e um carro amarelo.
- O empresário tem 30 anos e um Ômega.
- A Parati, que não é azul, tem como dono o praticante de vôlei.
- O Fusca é amarelo e seu dono não é Valber.
- O diretor de TV tem a iniciante C.
- O vôlei não é praticado por João.
- O basquete não é o esporte de Henrique.
- O assessor não tem 28 anos.
- O Monza é roxo.
- A cor da Parati é branca.

<i>Nome</i>	<i>Esporte</i>	<i>Trabalho</i>	<i>Carro</i>	<i>Cor</i>	<i>Idade</i>

Para que os alunos chegassem ao estágio de formuladores de desafios, passaram muito tempo lendo e resolvendo esse tipo de problema. As obras de Júlio César de Mello e Souza¹, TAHAN (1962, 1994) estavam sempre presentes em nossas aulas e eram não-somente objeto de discussão, mas principalmente fonte de inspiração para nossas produções.

Além de produzir textos com problemas desafiantes, nossos alunos se inspiravam nos desafios de lógica para criar jogos. Simples textos com problemas poderiam ser transformados em jogos compostos por tabuleiros, peças e regras que representavam um convite ao raciocínio dos alunos, que, em geral, precisavam se organizar coletivamente tanto na etapa de construção do jogo quanto na hora de “brincar” com o jogo elaborado. O processo de construção dos jogos trazia muitos desafios e problemas que o grupo precisava solucionar: como se organizar na distribuição das tarefas? Como selecionar dentre os materiais disponíveis os mais adequados para o jogo que se pretende construir? Como realizar as medições dos materiais? Como projetar peças, cartões, tabuleiros e outros materiais necessários? Como elaborar regras, de maneira organizada e clara, que permitissem que outras pessoas entendessem o funcionamento do jogo? Como apresentar o jogo e os desafios, de modo a torná-los atraentes para as outras pessoas?

¹ Dono de uma criatividade e habilidade ímpar para escrever, o professor Júlio César de Mello e Souza adotou o pseudônimo Malba Tahan e conseguiu unir a matemática e a literatura de forma leve, agradável e desafiante. Suas histórias encantavam os alunos por apresentarem problemas sob forma de instigantes desafios de lógica.

Percebe-se, portanto, que a tarefa de construir um jogo exige tempo e também cooperação por parte dos alunos. Muitas vezes o produto final de nossas aulas não traduzia a riqueza do processo vivido em sala.

Um desses jogos, que envolveu o grupo por semanas de trabalho, foi inspirado em VELOSO (1992). O desafio era um típico problema de travessia: duas tribos se encontravam em lados opostos de um rio e gostariam de trocar de posição. As regras, elaboradas coletivamente por uma turma de 4ª série, explicam as demais condições para que essa travessia fosse realizada:

Canibais e vegetarianos

História:

Certo dia, um grupo de cinco canibais se encontrava em uma margem de um rio querendo realizar uma travessia para a outra margem. Do outro lado havia um grupo de cinco vegetarianos com o mesmo desejo: ir para a margem oposta. Só havia um barco para se fazer a travessia do rio (ele estava do lado dos canibais) e um remador em cada grupo. O limite do barco era de três pessoas, incluindo o remador. Se o número de canibais fosse maior que o de vegetarianos, eles seriam devorados, tanto no barco como em cada uma das margens. Como fazer a travessia?

Número de participantes:

De um a cinco

Objetivo:

Descobrir como fazer a travessia dos canibais e dos vegetarianos

Peças:

- *um barco*
- *dez bonecos (cinco canibais e cinco vegetarianos)*
- *um tabuleiro (rio)*

Regras:

- 1. Todos os participantes terão que fazer a travessia.*
- 2. Escrever o resultado em uma folha.*
- 3. Quando os vegetarianos estiverem junto com os canibais, terão de ficar em maior número ou na mesma quantidade.*
- 4. No barco só deverão ter três tripulantes, contando com o remador.*

Uma leitura atenta indica que as regras elaboradas pelos alunos não estavam muito claras, pois apresentavam de forma confusa as informações sobre o jogo e instruções de como os jogadores deveriam se organizar para resolver o desafio. Não costumávamos corrigir esses detalhes, esse papel ficava por conta dos alunos de outras salas a quem os jogos eram apresentados. Eram eles que diziam se tiveram dificuldades para entender as instruções dos jogos e julgavam, também, o nível do desafio proposto. Esse intercâmbio entre os produtores dos textos matemáticos e os leitores enriquecia nosso processo de elaboração dos jogos e, em especial, das suas regras.

Por meio desse exercício de pensar em formas de apresentar os problemas e de rever suas construções com base nas críticas dos colegas, o grupo de alunos avançava no desenvolvimento de seu raciocínio lógico-matemático e estabelecia uma relação afetiva com a matemática.

4.3. A incrível possibilidade de inventar um jogo novo

Além de elaborar jogos inspirados em desafios encontrados em textos e em outros jogos conhecidos, com o tempo, o grupo desenvolveu a capacidade de inventar seus próprios jogos.

Um deles, batizado de “troca-troca”, representou um grande desafio, pois exigiu muita elaboração dos alunos e demandou um articulado trabalho em equipe.

O jogo era composto por dados, figurinhas, cartões e uma tabela de trocas. O objetivo do jogo era ganhar o maior número possível de cartões. Em cada um desses cartões havia quatro símbolos, que correspondiam às figurinhas que deveriam ser conquistadas pelos jogadores.

Para conquistar cada uma das figurinhas, os alunos poderiam lançar o dado – que indicava em cada uma de suas faces um símbolo diferente (vide p. 27 desse trabalho) – ou fazer as trocas estabelecidas em uma tabela. Para garantir que as trocas indicadas na tabela fossem “justas”, cada um dos símbolos representava um valor, e a tabela sugeria trocas de valores equivalentes. O conjunto abaixo ilustra uma das versões do jogo construído por uma turma de 4ª série:

As regras do jogo:

Troca-troca

Peças:

- 30 cartões com figuras
- 200 figurinhas
- 1 dado
- 1 tabela de trocas

Número de participantes:

De 3 a 6 jogadores

Objetivo do jogo:

Conquistar a maior quantidade de cartões

Regras:

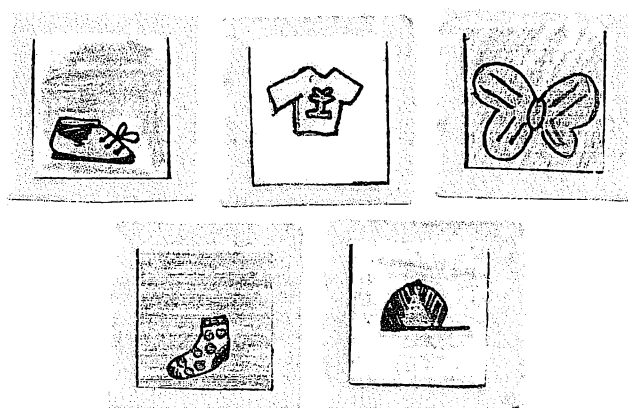
1. Deve-se fazer um sorteio para definir a ordem das jogadas. Os jogadores deverão sentar em ordem, no sentido horário. Um dos jogadores será o banqueiro.

2. Os cartões (maiores) devem ser divididos em três pilhas com a mesma quantidade. Os desenhos devem ficar voltados para cima.
3. O banqueiro deverá separar as figurinhas iguais em pilhas e ficar controlando sua distribuição. Esta é uma das suas funções no jogo.
4. Cada jogador lança o dado e, conforme o desenho tirado, recebe do banqueiro uma ficha.
5. Na sua vez, o jogador poderá lançar o dado e, se cair na face escrita "livre", poderá escolher a figura que quiser.
6. Na sua vez, o jogador deverá lançar o dado ou fazer uma troca. Se o jogador quiser usar a sua vez para fazer uma troca, não poderá jogar o dado nesta rodada. Deve dizer ao banqueiro qual troca quer fazer.
7. O jogador que conseguir todas as figurinhas de determinado cartão poderá trocá-las por ele. Se trocar, não poderá jogar nessa rodada e vice-versa.
8. Os jogadores não podem trocar as figuras entre si nem deixar que os outros as vejam.

Cuidados:

- Não perca e nem estrague as peças do jogo.
- Procure jogar o dado devagar.
- Confira o número de peças no final do jogo.
- Não perca a oportunidade de fazer boas trocas.

Um conjunto de figurinhas:



Cartões a serem conquistados:

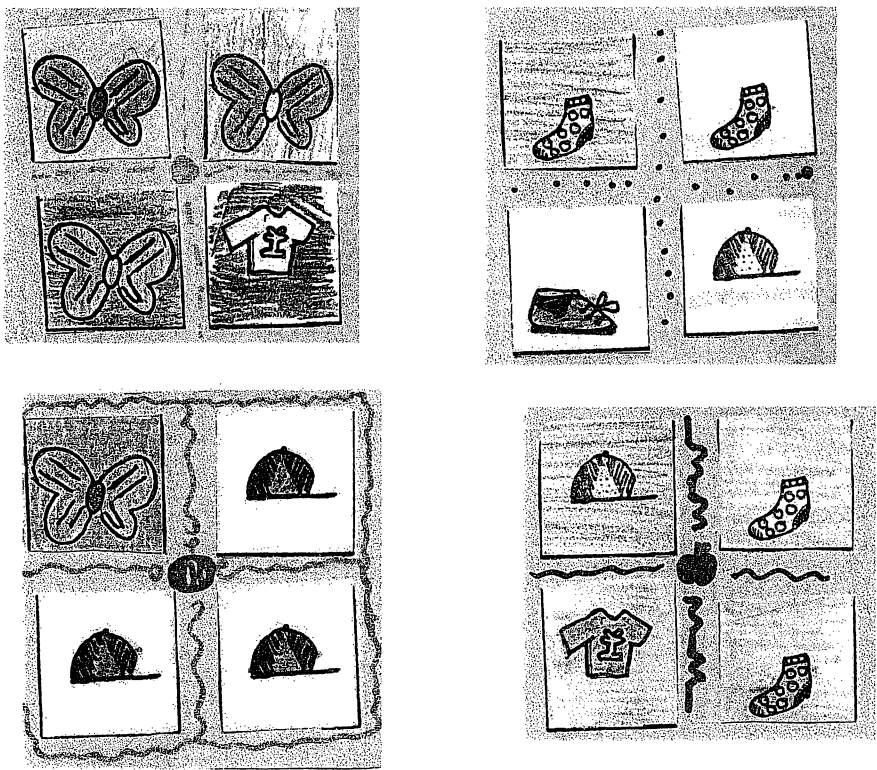
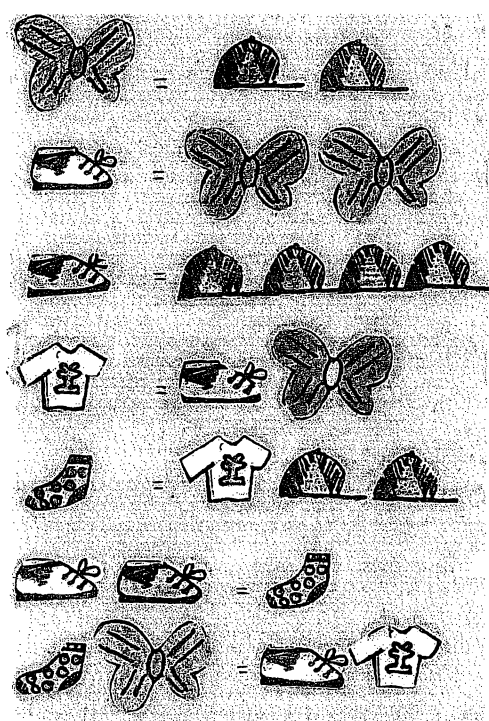
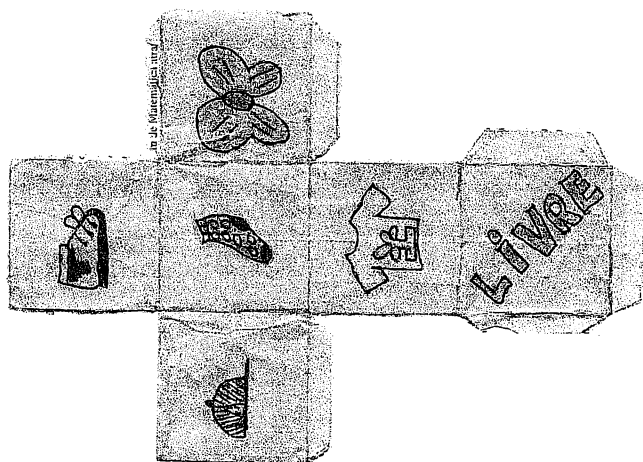


Tabela de trocas:



O dado:



Esse era um dos jogos prediletos dos alunos, pois cada partida era diferente das demais e, à medida que os jogadores se familiarizavam com as regras, conseguiam fazer trocas mais interessantes e jogadas mais “lucrativas”.

Depois de muito jogar o “troca-troca” com as regras estabelecidas coletivamente, os alunos começaram a fazer questionamentos sobre a “justiça” dessas regras. Eles chegaram à conclusão de que algumas figurinhas eram mais difíceis de serem conseguidas que outras, já eram de maior valor. Se era mais fácil conseguir algumas figurinhas e mais difícil de conseguir outras, era justo que todos os cartões conquistados tivessem o mesmo valor na contagem final da partida? Esse foi um problema que o grupo detectou e para o qual deveriam achar uma solução: como garantir que um jogador tenha “vantagem” depois das dificuldades que teve de comprar um cartão com figurinhas mais difíceis? Como sempre acontecia, incentivávamos o grupo a encontrar uma solução para a questão apresentada. Um dos nossos maiores objetivos nesses momentos era de estimular os alunos a tomarem decisões com autonomia, para que passassem a acreditar em sua capacidade de resolver os problemas que surgiam em seu cotidiano.

A solução encontrada para essa questão foi muito interessante do ponto de vista matemático. Para montar as tabelas, os alunos pensaram primeiramente em valores, e só depois converteram esses valores em símbolos: o boné valia 1, o laço valia 2, o sapato valia 4, a camiseta valia 6 e a meia, 8. Assim, matematicamente, a tabela de trocas representava as seguintes equivalências:

$$2 = 1 + 1$$

$$4 = 2 + 2$$

$$4 = 1 + 1 + 1 + 1$$

$$6 = 4 + 2$$

$$8 = 6 + 1 + 1$$

$$4 + 4 = 8$$

$$8 + 2 = 4 + 6$$

Considerando os valores estabelecidos na tabela, podemos notar que, entre os quatro cartões abaixo, o primeiro é muito mais “valioso” que os demais:

$$\text{Duas meias} + \text{camiseta} + \text{sapato} = 8 + 8 + 6 + 4 = 26$$

$$\text{Duas meias} + \text{sapato} + \text{boné} = 8 + 8 + 4 + 1 = 21$$

$$\text{Camiseta} + \text{três laços} = 6 + 2 + 2 + 2 = 12$$

$$\text{Laço} + \text{três bonés} = 2 + 1 + 1 + 1 = 5$$

Partindo desse princípio, os alunos decidiram que também os cartões a serem comprados deveriam corresponder a valores. Para ganhar uma partida não bastava que o jogador acumulasse mais cartões que os demais, o que definiria o vencedor seria a soma dos valores de todos os seus cartões. Então, os alunos passaram a se preocupar, na hora de fazer suas trocas e de escolher as figurinhas, com o quanto cada um dos cartões valia.

Todas as alterações feitas nos jogos já construídos e conhecidos pelas outras turmas eram registradas em novas regras e apareciam como possíveis

variações do jogo. Dessa forma, nosso grupo raramente considerava um jogo como pronto. Quando percebiam que seus jogos não apresentavam mais desafios, inventavam novas regras para torná-los novamente interessantes.

5- CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os estudos recentes da Educação Matemática apontam para a necessidade de a escola aproximar os conhecimentos acadêmicos da realidade dos alunos, com o intuito de dar mais significado aos aprendizados escolares.

Nesta monografia pretendeu-se demonstrar que o trabalho de construção de jogos e elaboração de regras contribui para o alcance desse objetivo na medida em que apresenta para os alunos desafios reais, que incentivam o uso do conhecimento que já possuem na busca de estratégias próprias para a solução de novos e significativos problemas.

Defendeu-se que a tarefa de construir jogos exige que os alunos sejam não só criativos, mas, principalmente, bons formuladores de problemas. E, dessa forma, contribui para que desenvolvam as importantes capacidades de argumentar, defender e comunicar suas idéias, com competência, especialmente em textos que apresentam as instruções dos jogos.

Com base na literatura de apoio, tem-se como hipótese que o que dá sentido a essas construções é o fato de elas serem dirigidas a outras crianças. Isto motiva os alunos a considerarem pontos de vista diferentes dos seus, a se preocuparem em ser claros e objetivos na elaboração das regras que serão lidas e interpretadas por outras pessoas e a submeterem seus trabalhos a críticas.

Considera-se, no entanto, que há necessidade de se dar continuidade à trabalhos de investigação que acompanhem e descrevam cuidadosamente o processo vivido por professores e alunos nas situações descritas. Entende-se que, com o recurso de filmagens ou outros instrumentos que possibilitem captar dados fidedignos se possa descrever, analisar e discutir melhor o processo de ensino-aprendizagem.

6- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – Ensino de 1ª a 4ª série**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: PARRA. C ; SAIZ. I. (Org.) **Didática da Matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação matemática. Campinas: Papirus, 1986.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática em Revista**, nº 7, ano 6, SBEM: São Paulo, 1999a.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação para uma sociedade em transição**. São Paulo: Papirus, 1999b.

KAMII, C. **A criança e o número**. Campinas: Papirus, 1989.

KAMII, C. DEVRIES, R. **Jogos em grupo na educação infantil**: implicações na teoria de Piaget. São Paulo: Trajetória Cultural, 1991.

KAMII, C. **Desvendando a aritmética**: implicações da teoria de Piaget. São Paulo: Papirus, 1995.

KILPATRICK, J. Revista **Zetetikê**. Campinas, v. 4, n. 5, p. 89-98, jan./jun. 1996.

MACHADO, N. J. **Matemática e educação**: alegorias, tecnologias e temas afins. São Paulo: Cortez, 1992.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

ONUCHIC, L. L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (org.) **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. Unesp, 1999.

PIAGET, J. **Psicologia e pedagogia**. Rio de Janeiro: Florense-Universitária, 1982.

PITOMBEIRA, J.B. **O que é Educação Matemática**. Revista **Temas e Debates**, n. 3, SBEM. São Paulo. 1991.

RABELO, E. **Textos Matemáticos: produção e identificação**. Belo Horizonte: Lê, 1996.

TAHAN, M. **Matemática divertida e delirante**. São Paulo: Saraiva, 1962.

TAHAN, M. **O homem que calculava**. Rio de Janeiro: Record, 1994.

VELOSO, E.; J, P. **Desafios II**. Porto: Edições Melhoramentos, 1992.

ZUNINO, D. L. – O sistema de numeração: um problema didático In: PARRA. C ; SAIZ. I. (Org) **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.